

Karl Björk

# Hållfasthetslära

för teknologi och konstruktion



## Förord

Denna bok i hållfasthetslära anknyter till en av författaren utgiven "Formler och Tabeller för Mekanisk Konstruktion", tidigare benämnd "Formler och tabeller för Teknologi och Konstruktion M". Ett stort antal sidhänvisningar till denna formelsamling finns inlagda i texten och dessa blir efter hand felaktiga då formelsamlingen ändras.

Sidhänvisningarna stämmer till sjätte upplagan av formelsamlingen (2013). När senare upplaga finns, medföljer vid behov rättelse till sidhänvisningarna.

Varje avsnitt kan delas upp i tre delar:

1. Kortfattad genomgång med definitioner, formler, benämningar och beteckningar. Härledning av vissa formler har flyttats till slutet av boken. I förekommande fall ges även beräkningsgång.
2. Ett antal exempel med lösningar och kommentarer.
3. Övningsuppgifter, att i första hand lösas av eleverna. Ofta får läraren hjälpa till och visa lösningen på tavlan.

Boken innehåller cirka 450 uppgifter.

Hållfasthetslärans omfattning är mycket stor. Att på ett begränsat utrymme behandla allt väsentligt och med rätt avvägning mellan olika avsnitt, är inte lätt. Med tanke på den korta tid som tilldelats ämnet i gymnasieskolan, blir det å andra sidan svårt, att hinna med allt. Då ämnet läses i både Teknologi och Konstruktion, bör därför ämneskonferensen besluta om, vilka avsnitt, som skall genomgå under varje termin.

Beträffande utböjningar och statistiskt obestämda balkar, så tillämpas i denna bok två metoder:

1. **superpositionsprincipen** på kända elementarfall.
2. **elastiska linjens differentialekvation** med steg-funktioner, en mer än 100 år gammal metod, utarbetad av A Clebsch. En metod som innebär avsevärda förenklingar i räknearbetet, men som tycks vara okänd här i landet.

Författaren anser inte att vinkeländringsmetoden skall genomgå. Om man för att belysa vinkeländringsmetoden behöver två sidor i utrymme att lösa ett problem, som med superpositionslagen kan lösas på två rader, så blir man tveksam. Vinkeländringsmetoden bör tillämpas i ett sådant sammanhang, att dess användning blir motiverad, och det faller utanför ramen av hållfasthetslära på gymnasienivå, bl a på grund av tidsbrist.

Formelhärledningarna samlade i slutet av boken är att betrakta som överkurs att kunna ges till matematiskt intresserade elever. Sådant kunnande måste ju till för att framställa riktig programvara, som skall avlasta oss från tungt beräkningsarbete.

Örnsköldsvik, Märsta och Spånga 1983-2015

*Karl Björk*

# INNEHÅLL

	Sida	Formförändringar vid böjning	49
<b>Hållfasthetslärans grundbegrepp</b>	4	Utböjning. Exempel med lösningar	49
<b>Spänningar definitioner</b>	6	Övningsuppgifter utböjningar och lutningar	50
<b>Formförändringar definitioner</b>	7	Spänningar vid cirkulär krökning	50
<b>Samband mellan spänningar och töjningar</b>	7	Statiskt obestämda balkar	51
<b>Materialprovning, drag-, slag- och hårdhets-prov</b>	8	Exempel med lösningar. Övningsuppgifter	51
Övningsuppgifter materialprovning	10	Superpositionslagen vid utböjning	52
<b>Tillåten spänning, säkerhetsfaktor</b>	11	Exempel med lösningar. Övningsuppgifter	52
Övningsuppgifter tillåten spänning	11	Superposition använd på statiskt obestämda balkar. Ex. med lösning. Övningsuppgifter	53
<b>Enkla belastningsfall. Översikt</b>	12	Skjuvspänningar vid böjning	54
<b>Dragning, formler</b>	12	Statiskt areamoment S	55
Exempel med lösning. Övningsuppgifter	13	Spik- nit- och bult- delning vid böjskjuvning	55
<b>Tryck</b>	15	Exempel med lösning. Övningsuppgifter	56
Exempel med lösningar. Övningsuppgifter	15	Sammanfattning av hänsynstagande vid böjn.	57
<b>Statiskt obestämda fall dragning – tryck</b>	16	Förenklad formel för skjuvspänningar	57
<b>Kontakttryck, stor och liten anliggningsyta</b>	17	<b>Samverkande material vid böjning</b>	58
Tillåtna kontakttryck	18	Exempel med lösning. Övningsuppgifter	58
Exempel med lösning. Övningsuppgifter	18	<b>Mot böjning jämnstarka balkar</b>	59
<b>Skjuvning</b>	20	Praktisk utformning av jämnstarka balkar	60
Exempel med lösningar	20	<b>Bladfjädrar. Ex. med lösn. Övningsuppgifter</b>	61
Övningsuppgifter skjuvning	21	<b>Största spänning i icke jämnstarka balkar</b>	62
<b>Dragning, tryck och skjuvning</b>	24	Övningsuppgifter	63
Exempel med lösningar. Övningsuppgifter	24	<b>Sammansatt hållfasthet dragn. och böjning</b>	64
<b>Samverkande material dragning eller tryck</b>	26	Övningsuppgifter dragning-böjning	65
Exempel med lösningar. Övningsuppgifter	26	Tryck och böjning. Sektionskärna	66
<b>Egenspänningar</b>	27	Övningsuppgifter	67
Värmespänningar dragning och tryck	27	<b>Knäckning. Formler knäckspänning</b>	68
Exempel med lösningar. Övningsuppgifter	27	Exempel med lösningar, tröghetsradie	69
Förspänningar	28	Stångformer vid knäckbelastn.	70
<b>Vridning eller torsion</b>	29	Exempel med lösning, tvådelade stänger	71
Exempel med lösningar vridning	30	Övningsuppgifter knäckning	72
Övningsuppgifter vridning	31	<b>Tryck och böjning noggrant</b>	73
Vridmomentdiagram. Övningsuppgifter	32	Olika former av tryck och böjning noggrant	74
Vridning av icke cirkulära tvärsnitt	33	Exempel med lösning tryck o böjning	75
Slutna och öppna tvärsnitt. Övningsuppgifter	33	<b>Sammansättning av skjuvspänningar</b>	75
Vridning. Cylindrisk skruvfjäder	34	<b>Sammansättn. av normal- o skjuv-spänning</b>	75
Exempel med lösningar. Övningsuppgifter	34	<b>Spänningsanalys. Plant spänningstillstånd</b>	76
<b>Böjning raka balkar. Formler</b>	36	Exempel med lösningar. Övningsuppgifter	77
Snittstorheter vid böjning	36	Plana spänningstillstånd bestämda genom töjningsmätningar på ytan. Exempel	78
Belastningstyper. Stödtyper	37	<b>Brott och flythypoteser. Effektivspänning</b>	79
Snittstorheterna M och T vid böjning	37	<b>Skjuvning och böjning</b>	80
Exempel med lösningar T- och M-diagram	38	<b>Dragning och vridning. Exempel</b>	81
Övningsuppgifter T- och M-diagram	41	<b>Tryck och vridning. Dragn. och skjuvning</b>	81
Snittstorheterna I och W vid böjning	43	<b>Vridning och böjning</b>	82
Exempel med lösningar I med Steiners sats	43		
Balkprofiler, standard, öppna, slutna	45		
Övningsuppg. tröghetsmoment, böjmotstånd	46		
Övningsuppg. spänningsberäkn. vid böjning	47		
Övningsuppg. dimensionering vid böjning	48		

<b>Säkerhetsfaktor s</b> vid sammansatt hållfasthet och dynamisk belastning	82
<b>Vridning och böjning.</b> Dimensionering av axeländrar. Exempel. Övningsuppgifter	83
<b>Sned böjning eller böjning-böjning</b>	84
<b>Bestämning av huvudtröghetsaxlar</b> och huvud- tröghetsmoment	84
Exempel med lösning. Övningsuppgifter	85
<b>Spänningskoncentrationer av kälverkan</b>	87
Övningsuppgifter	87
Konstruktiv utformning mot kälverkan	88
<b>Utmattning, amplitudspänning, spänningsskvot</b>	89
Utmattningsprovning. Wöhlerdiagram	90
Definitioner av utmattningsgränser	90
Smithdiagram. Säkerhetsfaktor mot utmattn.	90
Olika faktorer inverkan på säkerh.faktorn	90
Exempel med lösningar. Utmattning	92
Säkerhetsfaktor mot utmattning vid sammansatt hållfasthet	93
Utmattning vid kontaktryck	94
Övningsuppgifter utmattning	95
Höjning av utmattningshållfastheten	96
<b>Skal, cylindriska, sfäriska.</b> Tekniska tillämpningar	97
Exempel med lösn. Övningsuppgifter	98
Tjockväggiga cylindriska skal, inre och yttre övertryck, övningsuppgifter	99
<b>Roterande skivor och ringar.</b> Spänningar pga centrifugalkrafter. Övningsuppgifter	100
<b>Plana skal.</b> Stabiliserande åtgärder	101
<b>Instabilitet. Knäckning, vippning, buckling</b>	102
Övningsuppgifter buckling vippning	103
Öppen eller sluten profil. Instabila broar	105
<b>Plasticitetsteori.</b>	
Gränslastmetod, plastiskt böjmotstånd	106
<b>Formelhärledningar</b>	107
Lodrät stångs förlängning av egen tyngd	107
Kontaktryck p mellan cylindriska ytor	107
Vridning. Härledning av formler för cirkulära tvärsnitt $I_x$ och $W_x$	107
Jämförelser mellan slutna och öppna tvärsnitt	109
Böjning rak balk. Formler för spänningar och utböjningar. Tröghetsmoment. Krökn.radie	109
Härledn. av tröghetsmoment. Steiners sats	111
Samband mellan M, T och q	112
Skjuvspänningar vid böjning, statistiskt mom.	113
Elastiska linjen, utböjningar och lutningar	114
Elastiska linjen med stegfunktioner lämpligt att använda vid punktlaster på balk	115
Övningsuppgifter statiskt obestämda balkar	116
Noggrann momentbestämning tryck och böjning. Härledning av formler	117
Härledning av Eulers knäckningsfall	119
Svar till övningsuppgifter	120

## Hållfasthetslärans grundbegrepp

För den räknemässiga bearbetningen av konstruktioner med avseende på hållfasthet har man funnit det praktiskt att införa benämningar och beteckningar på en rad begrepp och egenskaper, som sammanhänger med de på konstruktionerna verkande krafterna, de fasta kropparnas geometri och materialens formändringsegenskaper och styrka.

### Spänningar

**Spänning** är den kraft, som verkar på en ytenhet i en snittyta genom materialet. Spänningen varierar i många fall, både till storlek och riktning från punkt till punkt i snittytan.

**Normalspänning** är normalkraft per ytenhet av snittytan.

**Tangentialspänning** är tangentialkraft per ytenhet av snittytan.

**Dragspänning** är normalspänning med kraften i riktning från snittytan.

**Tryckspänning** är en normalspänning med kraften gående i riktning mot snittytan.

**Skjuvspänning** är detsamma som tangentialspänning.

**Påkänning** är detsamma som spänning och det används jämsides med ordet spänning.

### Spänningstillstånd

I en av krafter påverkad kropp av fast material är det möjligt att skära ut en kub så orienterad, att på dess sex begränsningsytor endast normalspänningar verkar.

**Treaxligt spänningstillstånd** sägs råda, om normalspänningar verkar på alla tre paren motstående ytor.

**Tvåaxligt spänningstillstånd** sägs råda, om normalspänningar verkar på två par motstående ytor.

**Enaxligt spänningstillstånd** sägs råda, om normalspänningar verkar på ett par motstående ytor.

### Formändringar

De av krafter orsakade formändringarna hos fasta kroppar kan vara elastiska och plastiska.

**Elastisk formändring** innebär, att kroppen återfår sin ursprungliga form efter avlastning.

**Plastisk formändring** innebär, att formändringen kvarstår efter avlastning.

INNEHÅLL .....	Sida
Spänningar och formförändringar .....	6
Materialprovning .....	8
Tillåtna spänningar .....	11
Dragning tryck .....	12
Kontakttryck .....	17
Skjuvning (stansning, klippning, nitförband) .....	20
Samverkande material (dragning, tryck) .....	26
Egenspänningar (värmespänningar, förspänningar) .....	27
Vridning (roterande effektöverföring, fjädrande element) .....	29
Böjning .....	36
Tvärkraft- och momentdiagram .....	38
Tröghetsmoment och böjmotstånd .....	43
Beräkning av spänningar och dimensioner .....	47
Utböjningar och lutningar .....	49
Statiskt obestämda fall .....	51
Skjuvspänningar vid böjning .....	54
Samverkande material .....	58
Jämnstarka balkar .....	59
Knäckning (tröghetsradie, slankhetstal) .....	68
Spänningsanalys (plant spänningstillstånd) .....	76
Brott och flythypoteser, effektivspänning .....	79
Sammansatt hållfasthet .....	64
Dragning och böjning .....	64
Skjuvning och böjning (effektivspänning) .....	80
Dragning, vridning, tryck, skjuvning .....	81
Dimensionering av axeländar mot vridning - böjning .....	83
Böjning - böjning (sned, vippning) .....	84
Huvudtröghetsaxlar och huvudtröghetsmoment .....	84
Spänningskoncentrationer på grund av kälverkan .....	87
Utmattning (säkerhetsfaktorer) .....	89
Skal (cylindriska, sfäriska, tjocka, tunna) .....	97
Skivor (centrifugalkraftspänningar) .....	100
Plana skal .....	101
Instabilitet (knäckning, vippning, buckling) .....	102
Plasticitetsteori .....	106
Formel härledningar .....	107
Svar till övningsuppgifter .....	120

#### Av förlaget utgivna böcker:

- **Formler och tabeller för mekanisk konstruktion**
- **Elementär mekanik**

#### Karl Björks Förlag HB

Uppgårdsvägen 50, 163 52 Spånga

Tel: 070 59 42 317

E-post: [info@bjorksforlag.se](mailto:info@bjorksforlag.se)

Web: [www.bjorksforlag.se](http://www.bjorksforlag.se)